

Nom :  
Prénom :  
No étudiant :

Université Paris Cité  
L1 Mathématiques et Informatique  
2023-2024

## MC2 - Groupe 3 - Interro n°1

*Durée 30mn. Aucun document n'est autorisé. Les exercices sont indépendants.  
Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.*

### Exercice 1

On considère  $f : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X]$  telle que

$$\forall P \in \mathbb{R}_2[X], \quad f(P) = X^2 P'' - XP(1).$$

1. Rappeler la définition de la base canonique de  $\mathbb{R}_2[X]$ .
2. Montrer que  $f$  est un endomorphisme.
3. On note  $\mathcal{B}$  la base canonique de  $\mathbb{R}_2[X]$ . Déterminer  $\text{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f)$ .
4. Déterminer si  $f$  est un isomorphisme.

### Exercice 2

On pose  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0 \text{ et } 2x - y = 0\}$ .

1. Rappeler la définition de la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .
2. Montrer que  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ .
3. Trouver une base de  $F$ . Quelle est la dimension de  $F$  ?
4. On pose  $u = (1, 1, -1)$ ,  $v = (2, -1, 0)$  et  $w = (1, 2, 3)$ . Par un calcul de déterminant montrer que la famille  $(u, v, w)$  est une base de  $\mathbb{R}^3$ .