

Nom :
Prénom :
No étudiant :

Université Paris Cité
L1 Mathématiques et Informatique
2023-2024

MC2 - Groupe 3 - Interro n°1

*Durée 30mn. Aucun document n'est autorisé. Les exercices sont indépendants.
Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.*

Exercice 1

On considère $f : \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R}_2[X]$ telle que

$$\forall P \in \mathbb{R}_2[X], \quad f(P) = X^2 P'' - XP(1).$$

1. Rappeler la définition de la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$.
2. Montrer que f est un endomorphisme.
3. On note \mathcal{B} la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$. Déterminer $\text{Mat}_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f)$.
4. Déterminer si f est un isomorphisme.

Exercice 2

On pose $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0 \text{ et } 2x - y = 0\}$.

1. Rappeler la définition de la base canonique de \mathbb{R}^3 .
2. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .
3. Trouver une base de F . Quelle est la dimension de F ?
4. On pose $u = (1, 1, -1)$, $v = (2, -1, 0)$ et $w = (1, 2, 3)$. Par un calcul de déterminant montrer que la famille (u, v, w) est une base de \mathbb{R}^3 .