Licence $1^{\text{ère}}$ année, 2025-2026, MATHÉMATIQUES ET CALCUL 1 (MC1)

Contrôle terminal, lundi 5 janvier 2025

Durée 2h ou 2h40 pour 1/3 temps.
Aucun document n'est autorisé. Les calculatrices et les téléphones, même à titre d'horloge, sont également interdits.
Les exercices sont indépendants. Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.
Total sujet : 38.5pt. Le barème est uniquement fourni à titre indicatif.

Total : 37.5 = 7 + 4 + 11.5 + 8.5 + 6.5

Exercice 1 (*Melting pot*) (7pt)
Les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Effectuer les représentations graphiques demandées ci-dessous. *Pour cette question uniquement, aucune justification n'est attendue mis à part les éléments de construction ou calculs que vous jugerez utiles à la compréhension.*
   a) Représenter dans le plan complexe le cercle trigonométrique et y placer les nombres complexes z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 suivants : $z_1 = e^{\frac{2i\pi}{3}}$, $z_2 = -z_1$, $z_3 = i^5$, $z_4 = e^{\frac{i\pi}{6}}$, $z_5 = \overline{z_4}$.
   b) Représenter dans le plan complexe l'ensemble suivant $A = \{z \in \mathbb{C} \,/\, \mathrm{Re}(z) = 2\} \cup \{z \in \mathbb{C} \,/\, \mathrm{Im}(z) = -1\}$.
   c) Représenter le graphe de la fonction arctan.
   d) Représenter le graphe d'une fonction décroissante et minorée.
2. Soit l'application $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que l'on suppose strictement croissante. Montrer que f est injective.
3. Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par
$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \frac{n^n + \cos(n)}{3n^3 - n + 1}.$$
On considère de plus une suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ satisfaisant pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \geqslant u_n^2$.
   a) Déterminer un équivalent le plus simple possible de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   b) En déduire les limites éventuelles de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Correction.
7 = (1.5 + 0.5 + 0.5 + 0.5) + 1 + 1.5 + 1.5

1. a) (1.5pt)
   b) (0.5pt)
   c) (0.5pt)
   d) (0.5pt)
2. Soient $x, x' \in \mathbb{R}$ tels que $f(x) = f(x')$. Il s'agit de prouver que $x = x'$. Par l'absurde supposons que $x \neq x'$.
   Si $x < x'$, alors par stricte croissance de f, on a $f(x) < f(x')$, ce qui est impossible puisque $f(x) = f(x')$.
   Sinon $x > x'$ et par stricte croissance de f, on obtient cette fois $f(x) > f(x')$, donnant encore une contradiction.
   Par conséquent $x \neq x'$ et donc f est injective (1pt).
3. a) On a $n^n + \cos(n) \underset{n\to+\infty}{\sim} n^n$ car $\frac{n^n+\cos(n)}{n^n} = 1 + \frac{\cos(n)}{n^n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 1$ puisque $(\cos(n))_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée et $\frac{1}{n^n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$, d'où $\frac{\cos(n)}{n^n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ par produit d'une suite bornée et d'une suite de limite nulle.
   Puis $3n^3 - n + 1 \underset{n\to+\infty}{\sim} 3n^3$ car $\frac{3n^3-n+1}{3n^3} = 1 - \frac{1}{3n^2} + \frac{1}{3n^3} \xrightarrow[n\to+\infty]{} 1$.
   Ainsi par quotient d'équivalents, on obtient $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{n^n}{3n^3}$ (1.5pt).
   b) On a par croissance comparée que $3n^3 = \underset{n\to+\infty}{o}(n^n)$, donc $\left(\frac{n^n}{3n^3}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ tend vers $+\infty$ par passage à l'inverse d'une suite strictement positive APCR. Or $u_n \underset{n\to+\infty}{\sim} \frac{n^n}{3n^3}$, donc u tend aussi vers $+\infty$.
   Comme u tend vers $+\infty$, c'est aussi le cas de u^2 par passage au carré (ou produit de deux suites qui tendent vers $+\infty$). Comme pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n \geqslant u_n$, par passage à la limite dans l'inégalité, on a $v_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ (1.5pt).

Exercice 2 (4pt)
Soient $q \in]0,1[$ et $M > 0$. Soit $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ une suite telle que pour tout $k \in \mathbb{N}$, $a_k \in [0, M]$. On considère alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k q^k$.

1. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

2. a) Soit $n \in \mathbb{N}$. Donner la valeur de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} q^k$.

   b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \dfrac{M}{1-q}$.

3. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge. On note $\ell \in \mathbb{R}$ sa limite.

4. Montrer que $0 \leqslant \ell \leqslant \dfrac{M}{1-q}$.

Correction.
4 = 0.75 + (0.5 + 1) + 0.75 + 1

1. Soit $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} - u_n = \sum_{k=0}^{n+1} a_k q^k - \sum_{k=0}^{n} a_k q^k = a_{n+1} q^{n+1} \geqslant 0$ car la suite a est positive et $q > 0$. Ainsi u est bien croissante (0.75pt).

2. a) On a $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ (0.5pt).

   b) Soit $n \in \mathbb{N}$. Puisque $q > 0$ et pour tout $k \in \mathbb{N}$, $a_k \leqslant M$ on a donc $a_k q^k \leqslant M q^k$ et donc
$$u_n = \sum_{k=0}^{n} a_k q^k \leqslant \sum_{k=0}^{n} M q^k = M \sum_{k=0}^{n} q^k = M \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \leqslant M \frac{1}{1-q} = \frac{M}{1-q} \text{ (1pt)}.$$

3. D'après 1., $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et d'après 2.b), $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée. Donc par le théorème de la limite monotone, $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente (0.75pt).

4. Soit $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = \sum_{k=0}^{n} a_k q^k \geqslant 0$ car $q > 0$ et $a_k \geqslant 0$ pour tout $k \in \mathbb{N}$. Ainsi, par passage à la limite dans l'inégalité, on obtient $\ell \geqslant 0$.
D'après 2.b), on a pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \frac{M}{1-q}$. Donc par passage à la limite dans cette inégalité, $\ell \leqslant \frac{M}{1-q}$.
On a bien l'inégalité souhaitée : $0 \leqslant \ell \leqslant \frac{M}{1-q}$ (1pt).

Exercice 3 (8.5pt)
Soit $f : x \mapsto \sqrt{x} e^{-\frac{1}{x}}$.

1. Déterminer le domaine de définition naturel de f.

2. a) Quelle est la limite de f en $+\infty$?

   b) Donner un équivalent le plus simple possible de f en $+\infty$.

3. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ en précisant bien les règles utilisées pour la justification et calculer sa dérivée sur $\mathbb{R}_+^*$. En déduire sa monotonie.

4. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0. On notera g le prolongement par continuité obtenu. On prendra soin de définir précisément g.

5. Montrer que g est continue sur $\mathbb{R}_+$.

6. En étudiant le taux d'accroissement de g en 0, montrer que la fonction g est dérivable en 0. Donner $g'(0)$.

Correction.
8.5 = 0.5 + (1 + 0.75) + 2 + 1.5 + 1 + 1.75

1. La fonction inverse est définie sur $\mathbb{R}^*$ et la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$. Ainsi le domaine de définition naturel de f est $D_f = \mathbb{R}_+^*$ (0.5pt).

2. a) $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto -\frac{1}{x}$ tend vers 0 en $+\infty$ et exponentielle vers 1 en 0, donc par composée de limites, $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto e^{-\frac{1}{x}}$ tend vers 1 en $+\infty$. Puis $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \sqrt{x}$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$, donc par produit de limites, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (1pt).

   b) On a $f(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} \sqrt{x}$, car pour tout $x > 0$, $\frac{f(x)}{\sqrt{x}} = e^{-\frac{1}{x}} \underset{x\to+\infty}{\longrightarrow} 1$ (0.75pt).

3. La fonction $x \mapsto -\frac{1}{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$, donc par composée de fonctions dérivables, on a $x \mapsto e^{-\frac{1}{x}}$ dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.

Ensuite la fonction racine carrée est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$, donc par produit de fonctions dérivables, f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ (1pt).

Soit $x > 0$, on a

$$f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Puisque pour tout $x > 0$, on a $f'(x) > 0$, la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$ (1pt).

4. La limite en 0 de $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto -\frac{1}{x}$ est $-\infty$ et la limite en $-\infty$ de exponentielle est 0, donc par composée de limites, $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto e^{-\frac{1}{x}}$ a pour limite 0 en 0. Comme $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \sqrt{x}$ a pour limite 0 en 0, on déduit donc par produit de limites que $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$ (1pt).

> Alternativement, on peut remarquer que la fonction f étant strictement croissante sur $\mathbb{R}_+^*$ et minorée par 0, alors par le théorème de la limite monotone, f admet une limite finie en 0. Ce raisonnement ne permet cependant pas d'identifier la valeur de la limite.

Ainsi la fonction f est prolongeable par continuité en 0. Son prolongement par continuité est alors par définition

$$g : x \mapsto \begin{cases} f(x), & \text{si } x > 0, \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

0.5pt pour cette dernière partie sur la définition du prolongement par continuité.

5. Par définition, en tant que prolongement par continuité en 0, g est continue en 0. La fonction f est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ car dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$. Or comme pour tout $x > 0$, $g(x) = f(x)$, g est donc également continue sur $\mathbb{R}_+^*$. Finalement g est continue sur $\mathbb{R}_+$ (1pt).

6. Le taux d'accroissement de g en 0 vaut pour tout $x > 0$,

$$\tau_{g,0}(x) = \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \frac{f(x)}{x} = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{\sqrt{x}}. \text{ (0.75pt)}$$

Ainsi, par croissances comparées (la limite nulle du terme en exponentielle l'emporte sur la limite valant $+\infty$ du terme en $\frac{1}{\sqrt{x}}$)

$$\lim_{x \to 0} \tau_{g,0}(x) = 0. \text{ (0.5pt)}$$

Cette limite étant finie, g est dérivable en 0, et on a $g'(0) = 0$ (0.5pt).

Jusqu'à +1pt bonus si une justification détaillée de la limite de $\tau_{g,0}$ en 0 est fournie. Cf les commentaires qui suivent.

> La référence à la croissance comparée dans la justification de la limite de $\tau_{g,0}$ en 0 est un peu rapide car cette limite n'est pas référencée dans le cours. Cependant on peut se ramener à une croissance comparée référencée après quelques manipulation détaillées maintenant.
>
> La fonction $h : t \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \sqrt{t}e^{-t}$ admet pour limite 0 en $+\infty$ par croissances comparées. Comme la fonction $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \frac{1}{x}$ tend vers $+\infty$ en 0, par composée de limites, $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto \underbrace{h\left(\frac{1}{x}\right)}_{=\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{\sqrt{x}}}$ tend vers 0 en 0.

Exercice 4 (11.5pt)

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 0, \\ u_{n+1} = \sqrt{12 + u_n}. \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_n \leqslant 4$.
3. On considère la fonction

$$\begin{array}{rccl} f : & [0, 4] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & \sqrt{12 + x}. \end{array}$$

a) Justifier que f est dérivable sur $[0,4]$.
b) Étudier les variations de f sur $[0,4]$.
c) En déduire, par récurrence, que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

4. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$
$$|u_{n+1}-4| \leqslant \frac{1}{4}|u_n-4|.$$

5. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$
$$|u_n-4| \leqslant \frac{1}{4^{n-1}}.$$

6. Montrer, uniquement à l'aide de la définition de la convergence d'une suite, que la suite $\left(\frac{1}{4^{n-1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.

7. En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et déterminer sa limite.

8. Uniquement grâce aux résultats des questions 2. et 3., prouver de nouveau la convergence de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et déterminer sa limite.

Correction.
11.5 = 0.5 + 1 + (0.75 + 0.5 + 1) + 1 + 1 + 2.5 + 0.75 + 2.5

1. On a $u_1 = \sqrt{12}$, $\quad u_2 = \sqrt{12+\sqrt{12}}$ (0.5pt).

2. Initialisation. On a $u_0 = 0 \in [0,4]$.
Hérédité. Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $0 \leqslant u_n \leqslant 4$, alors $12 \leqslant 12+u_n \leqslant 16$, donc par croissance de la fonction racine carré sur $\mathbb{R}_+$, $0 \leqslant \sqrt{12} \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$. Ceci termine la récurrence (1pt).

3. a) $x \mapsto 12+x$ est dérivable sur $[0,4]$ avec valeurs dans $[12,16]$ donc dans $\mathbb{R}_+^*$, et $x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$, donc f est dérivable sur $[0,4]$ en tant que composée de fonctions dérivables (0.75pt).
b) On a pour tout $x \in [0,4]$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{12+x}} > 0$, donc f est strictement croissante sur $[0,4]$ (0.5pt).
c) Montrons par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \leqslant u_{n+1}$.
Initialisation. On a $u_1 = \sqrt{12} \geqslant u_0 = 0$.
Hérédité. Soit $n \in \mathbb{N}$. On suppose que $u_n \leqslant u_{n+1}$. La suite u est à valeurs dans $[0,4]$ et la fonction f est strictement croissante sur $[0,4]$, donc $u_{n+1} = f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) = u_{n+2}$. On a bien prouvé la propriété au rang $n+1$, donc la récurrence est terminée (1pt).

4. Soit $n \in \mathbb{N}$, on a $|u_{n+1}-4| = |\sqrt{12+u_n}-4| = \frac{|u_n-4|}{|\sqrt{12+u_n}+4|}$, après multiplication par l'expression conjuguée. Comme $|\sqrt{12+u_n}+4| = \sqrt{12+u_n}+4 \geqslant 4$, on obtient $|u_{n+1}-4| \leqslant \frac{1}{4}|u_n-4|$ (1pt).

5. Montrons la propriété par récurrence.
Initialisation. On a $|u_0-4| = 4 \leqslant \frac{1}{4^{-1}} = 4$.
Hérédité. Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $|u_n-4| \leqslant \frac{1}{4^{n-1}}$, alors $|u_{n+1}-4| \leqslant \frac{1}{4}|u_n-4| \leqslant \frac{1}{4^n}$. Ceci termine la récurrence (1pt).

6. Soit $\varepsilon > 0$. Posons $N = \max\left(E\left(1-\frac{\ln(\varepsilon)}{\ln(4)}\right)+1, 0\right) \in \mathbb{N}$. Soit $n \geqslant N$. Alors $n \geqslant E\left(1-\frac{\ln(\varepsilon)}{\ln(4)}\right)+1 > 1-\frac{\ln(\varepsilon)}{\ln(4)}$, donc en particulier $n \geqslant 1-\frac{\ln(\varepsilon)}{\ln(4)}$, soit encore $(n-1)\ln(4) \geqslant -\ln(\varepsilon)$, d'où par passage à l'exponentielle qui est croissante $4^{n-1} \geqslant \frac{1}{\varepsilon}$, i.e. $\frac{1}{4^{n-1}} \leqslant \varepsilon$. La suite $\left(\frac{1}{4^{n-1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge bien vers 0 (2.5pt).

7. On a pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant |u_n-4| \leqslant \frac{1}{4^{n-1}}$ et $\left(\frac{1}{4^{n-1}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0, donc par le théorème d'encadrement $|u_n-4| \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$, i.e. u converge vers 4 (0.75pt).

8. *2.5pt pour le tout. Environ moitié/moitié pour chacune des parties du raisonnement.*

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et majorée, donc convergente par le théorème de la limite monotone. On note ℓ sa limite. D'après la question 2., comme pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_n \leqslant 4$, par passage à la limite dans les inégalités, on obtient $\ell \in [0,4]$.

La fonction f est continue sur $[0,4]$ car dérivable sur $[0,4]$, donc continue en ℓ, ainsi nécessairement $\ell = f(\ell)$ (corollaire de la caractérisation séquentielle de la continuité). Ainsi ℓ satisfait l'équation $\ell^2 = \ell + 12$, dont les deux solutions sont -3 et 4. Comme $\ell \geqslant 0$, on a déduit que $\ell = 4$.

Exercice 5 (6.5pt)

Soient $n \in \mathbb{N}^*$, $w \in \mathbb{C}$ tel que $|w| = 1$ et $P = X^n - wX + 1 \in \mathbb{C}[X]$.

1. Déterminer le polynôme dérivé de P.

2. On veut montrer que P ne peut admettre que des racines simples dans $\mathbb{C}$. On suppose par l'absurde que P admet une racine de multiplicité $m \in \mathbb{N}^*$ avec $m \geqslant 2$ et que l'on note $\alpha \in \mathbb{C}$.

   a) Justifier que $n \geqslant 2$.

   b) Montrer que $\alpha = \dfrac{n}{n-1}\overline{w}$ puis que $\alpha^n = \dfrac{1}{n-1}$.

   c) Conclure.

3. a) Justifier que $P = a(X-\alpha_1)(X-\alpha_2)\cdots(X-\alpha_n)$ où $a, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$ sont des nombres complexes.

   b) Préciser la valeur de a.

   c) Montrer que pour tout $i \in \{1,\ldots,n\}$, pour tout $j \in \{1,\ldots,n\}$, $i \neq j \Rightarrow \alpha_i \neq \alpha_j$.

Correction.
6.5 = 0.5 + (1 + 2.5 + 0.75) + (0.5 + 0.5 + 0.75)

1. On a $P' = nX^{n-1} - w$ (0.5pt).

2. a) Comme α est racine de multiplicité m de P, il existe $Q \in \mathbb{C}[X]$ tel que $P = (X-\alpha)^m Q$, donc $\deg(P) = \deg((X-\alpha)^m) + \deg(Q)$ et $\deg(Q) \geqslant 0$ car $Q \neq 0$, donc $n = \deg(P) \geqslant m \geqslant 2$ (1pt).

   b) Comme α est une racine de P, on a $P(\alpha) = 0$, donc $\alpha^n - w\alpha + 1 = 0$, ce qui se réécrit $\alpha\big(\alpha^{n-1} - w\big) = -1$. Or α est également une racine de P' car sa multiplicité est $m \geqslant 2$. Donc $P'(\alpha) = 0$, d'où $n\alpha^{n-1} - w = 0$ i.e. $\alpha^{n-1} = \dfrac{w}{n}$.

   Ainsi en remplaçant $\alpha^{n-1} = \frac{w}{n}$ dans la première équation, on obtient $\alpha\left(\frac{w}{n} - w\right) = -1$, ce qui se réécrit $\alpha w \frac{1-n}{n} = -1$ et ainsi $\alpha = \frac{n}{n-1}\frac{1}{w}$. Or $|w| = 1$, donc $\frac{1}{w} = \frac{\bar{w}}{|w|^2} = \bar{w}$. Donc finalement $\alpha = \frac{n}{n-1}\bar{w}$.

   En réutilisant $P(\alpha) = 0$, on en déduit que $\alpha^n = w\alpha - 1 = \frac{n}{n-1}\bar{w}w - 1 = \frac{n-n+1}{n-1} = \frac{1}{n-1}$ (2.5pt).

   c) On a $|\alpha| = \left|\frac{n}{n-1}\overline{w}\right| = \frac{n}{n-1} > 1$ et $\left|\alpha^n\right| = |\alpha|^n = \dfrac{1}{n-1} \leqslant 1$, d'où $|\alpha| \leqslant 1$ par croissance sur $\mathbb{R}_+$ de $t \mapsto t^{\frac{1}{n}}$. Il est contradictoire d'avoir à la fois $|\alpha| > 1$ et $|\alpha| \leqslant 1$. Par conséquent P n'a pas de racine de multiplicité $m \geqslant 2$ dans $\mathbb{C}$, donc ne peut admettre que des racines simples dans $\mathbb{C}$ (0.75pt).

3. a) C'est un corollaire du théorème de d'Alembert : P est de degré n donc admet n racines complexes comptées avec multiplicité (0.5pt).

   b) Le coefficient dominant de P est 1, donc $a = 1$ (0.5pt).

   c) Supposons par l'absurde qu'il existe $i, j \in \{1,\ldots,n\}$, tels que $i \neq j$ et $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$. Alors α est racine de multiplicité $m \geqslant 2$. D'après la question 2., ce n'est pas possible. D'où la réponse souhaitée (0.75pt).