

Licence 1^{ère} année, 2025-2026, MATHÉMATIQUES ET CALCUL 1 (MC1)

DM n°3 : graphe, dérivation

RAPPEL DE COURS

DÉRIVATION

- ◇ La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x}$ est définie sur $\mathbb{R}_+$ et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$. Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
- ◇ La fonction $f : x \mapsto |x|$ est définie sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}^*$. Pour tout $x > 0$, $f'(x) = 1$ et pour tout $x < 0$, $f'(x) = -1$.
- ◇ La fonction $f : x \mapsto e^x$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x > 0$, $f'(x) = e^x$.
- ◇ La fonction $f : x \mapsto \ln(x)$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$. Pour tout $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{x}$.

Dérivée d'une composée de fonctions :

Soient u et v deux fonctions dérivables telles que $v \circ u$ est bien définie sur un ensemble D , alors pour tout $x \in D$, $(v \circ u)'(x) = u'(x)v'(u(x))$.

Exercice 1

Étudier les variations des fonctions suivantes (préciser leur ensemble de dérivabilité). Donner quelques valeurs particulières puis tracer leur graphe. Le cas échéant, marquer sur le graphe les points où la fonction n'est pas dérivable.

- | | | |
|-----------------------------|--|----------------------------|
| 1. $f : x \mapsto x + 1 $ | 3. $f : x \mapsto 1 - x^2$ | 5. $f : x \mapsto e^{ x }$ |
| 2. $f : x \mapsto 1 - 2x $ | 4. $f : x \mapsto \sin(x + \frac{\pi}{2})$ | |

Exercice 2

Pour chaque fonction suivante, calculer sa dérivée. On précisera l'ensemble de définition et l'ensemble dérivabilité.

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| 1. $f : x \mapsto \cos(3x^5 + 1)$ | 7. $f : x \mapsto \sqrt{x + 4}$ | 12. $f : x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$ |
| 2. $f : x \mapsto \sin^2(x)$ | 8. $f : x \mapsto \frac{3x + 2}{x - 1}$ | 13. $f : x \mapsto \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$ |
| 3. $f : x \mapsto \ln^3(5x)$ | 9. $f : x \mapsto \ln(x^2 + 1)$ | |
| 4. $f : x \mapsto \frac{3}{4x - 5}$ | 10. $f : x \mapsto e^{-2x}$ | |
| 5. $f : x \mapsto 1 - x $ | 11. $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ | 14. $f : x \mapsto \ln\left(\frac{x}{x + 1}\right)$ |
| 6. $f : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1}$ | | |