

Nom :  
Prénom :  
No étudiant :

Université Paris Cité  
UFR Mathématiques et Informatique  
2023-2024

## M1 MMA - Interro n°1

*Durée 25mn. Aucun document n'est autorisé.*

### Exercice 1

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  une matrice symétrique définie positive,  $b \in \mathbb{R}^n$  et  $c \in \mathbb{R}$ . On pose  $g : x \in \mathbb{R}^n \mapsto \frac{1}{2} \langle Ax, x \rangle - \langle b, x \rangle + c$  et  $f = e^g$ .

1. a) Montrer que  $f$  est strictement convexe sur  $\mathbb{R}^n$ .  
b) Montrer que  $f$  admet un unique minimum global sur  $\mathbb{R}^n$ .
2. On considère dans cette question  $n = 2$ ,  $A = I_2$ ,  $b = (1, 1)$ ,  $c = 1$ . On définit  $C$  le carré de sommets les points  $(2, 0)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(3, -1)$  et  $(2, -1)$ .
  - a) Décrire les lignes de niveau de  $f$ .
  - b) Trouver l'unique minimum global de  $f$  sur  $C$ . *Indication : vous pourrez, pour initier le raisonnement, vous aider d'une interprétation géométrique du problème.*