

Analyse 3 - Groupe 1 - Interro n°3

*Durée 24min ou 32min pour 1/3 temps. Aucun document n'est autorisé. Les exercices sont indépendants.
Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.*

Exercice 1

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad f(2^n) = 1.$$

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. Si f admet une limite en $+\infty$, que vaut-elle ? Justifier.
2. Montrer que f n'est pas négative dans un voisinage de $+\infty$. Est-elle par contre positive dans un voisinage de $+\infty$?

Exercice 2

Soit $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite croissante. On note \mathcal{L} l'ensemble de ses valeurs d'adhérence. On suppose que \mathcal{L} est non vide et majoré. On souhaite montrer que u est convergente.

1. Montrer que u est majorée. *Indication : on pourra raisonner par l'absurde.*
2. Conclure.

Exercice 3 (Non évalué)

Soit $T > 0$. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction T -périodique. On suppose que f est continue sur $[0, T[$. Montrer, à l'aide de la caractérisation séquentielle de la continuité, que f est continue sur \mathbb{R} .