Université Paris Cité
UFR de Mathématiques et Informatique
L2 Mathématiques et Applications 2024-2025

Analyse 3 - Groupe 1 - Interro n°2

Durée 24min ou 32min pour 1/3 temps. Aucun document n'est autorisé. Les exercices sont indépendants.
Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.

Exercice 1 (2pt)
Soit $u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle. On suppose que u est positive à partir d'un certain rang et que $|u|$ tend vers $+\infty$. Montrer que u tend vers $+\infty$.

Exercice 2 (3pt)
Soient $u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $v = (v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles convergentes de limite respective ℓ_u et ℓ_v. On suppose que $\ell_u < \ell_v$. Montrer, uniquement à l'aide de la définition de la convergence, que la suite $u - v$ est négative à partir d'un certain rang.

Exercice 3 (Non évalué)
Soit $u = (u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite qui tend vers $+\infty$. On rappelle que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad e^x \geqslant 1 + x. \tag{1}$$

1. En utilisant (1), montrer, à l'aide uniquement de la définition de la convergence, que la suite $e^u = (e^{u_n})_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.
2. Toujours en se basant sur (1), proposer une seconde démonstration.