

Analyse 3 - Groupe 2 - Interro n°2

*Durée 30min. Aucun document n'est autorisé. Les exercices sont indépendants.
Toutes les réponses doivent être soigneusement justifiées.*

Exercice 1 (3pt)

Soient $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $v = (v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles. On suppose que

- u est bornée,
- l'image de v est un ensemble fini,
- v ne s'annule pas.

Justifier que la suite $\frac{u}{v}$ est bien définie et montrer ensuite qu'elle est bornée.

Exercice 2 (3pt)

Soient u et v deux suites convergentes de limite respective l_u et l_v . Montrer, uniquement à l'aide de la définition de la convergence, que la suite $(\frac{u_n - 3v_n}{2})_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers une limite que l'on précisera.

Exercice 3 (3pt)

Soit $u = (u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle. On suppose que u satisfait

$$(1) \quad \forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N, |\arctan(u_n)| < \varepsilon.$$

Montrer, uniquement à l'aide de la définition de la convergence, que u converge vers 0.